

~ CURS 11 ~

C. **Condensatorul electric** are ecuația caracteristică sarcină - tensiune (tensiune - sarcină) (fig. 1.12a):

$$q(t) = q(u(t), t) \text{ sau } u(t) = u(q(t), t)$$

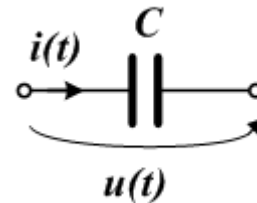
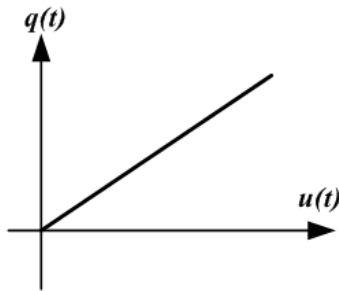


Fig. 1.12. Caracteristica sarcină-tensiune pentru condensator (a), simbolizarea condensatorului ideal (b)

Pentru condensator se consideră esențială doar sarcina electrică, celelalte mărimi neglijându-se (R , φ , e_i). Ecuația la bornele condensatorului rezultând din legea conservării sarcinii electrice:

$$i = \frac{dq}{dt},$$

numită ecuația de evoluție a condensatorului, din care prin integrare pe intervalul $(0, t)$ se obține:

$$q(t) = q(0) + \int_0^t i(\tau) d\tau,$$

unde: $q(0) = \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau$ reprezintă sarcina cu care este încărcat inițial condensatorul.

→ condensatorul liniar, invariabil în timp

$$q(t) = C \cdot u(t) \text{ sau } u(t) = S \cdot q(t)$$

$C > 0$ - capacitate, $S = \frac{1}{C}$ - elastanță

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt},$$

este ecuația caracteristică, care prin integrare pe $(0, t)$ conduce la:

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau, \text{ cu } u(0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau,$$

Condensatorul liniar și invariabil în timp este complet caracterizat de capacitatea C și tensiunea inițială $u(0)$ (fig. 1.12b).

Înmulțind ecuația caracteristică cu $u d\tau$ și integrând-o pe intervalul $(0, t)$ în ipoteza $u(0) = 0$, se obține energia acumulată în câmp electric de către condensator:

$$W_e = \int_0^t u(\tau) i(\tau) d\tau = C \int_0^t u'(\tau) u(\tau) d\tau = \frac{1}{2} C u^2(\tau) \Big|_0^t = \frac{1}{2} C u^2(t) = \frac{1}{2} q(t) \cdot u(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2(t)}{C}$$

→ condensatorul linear și variabil în timp (parametric) (fig. 1.13a)



Fig. 1.13. Simbolul condensatorului parametric (a), respectiv al celui nelinear (b)

$$q(t) = C(t) \cdot u(t) \Rightarrow i(t) = C(t) \frac{du}{dt} + u(t) \frac{dC}{dt}$$

$C(t)$ – capacitate parametrică

Primul termen din membrul drept se numește componentă de pulsație a curentului, iar al doilea – componenta parametrică.

→ condensatorul nelinear are o caracteristică $q(u)$ neliniară (în general variabilă în timp) reprezentată de o curbă de histerzis (fig. 1.13b).

$$f(q(t), u(t), t) = 0 \tag{7.40}$$

D. **Memristorul** este un element introdus în teoria circuitelor de către Leo Chuo în 1971 și produs pentru prima dată în 2008 de HP Labs. El umple veriga lipsă din pătratul mărimilor (fig. 1.14) unde nu exista o legătură între sarcina electrică și fluxul magnetic.

Pe diagonalele pătratului se regăsesc legea inducției electromagnetice (ce face legătura între tensiune electrică și fluxul magnetic), respectiv legea conservării sarcinii (care face legătura între sarcina electrică și curentul electric).

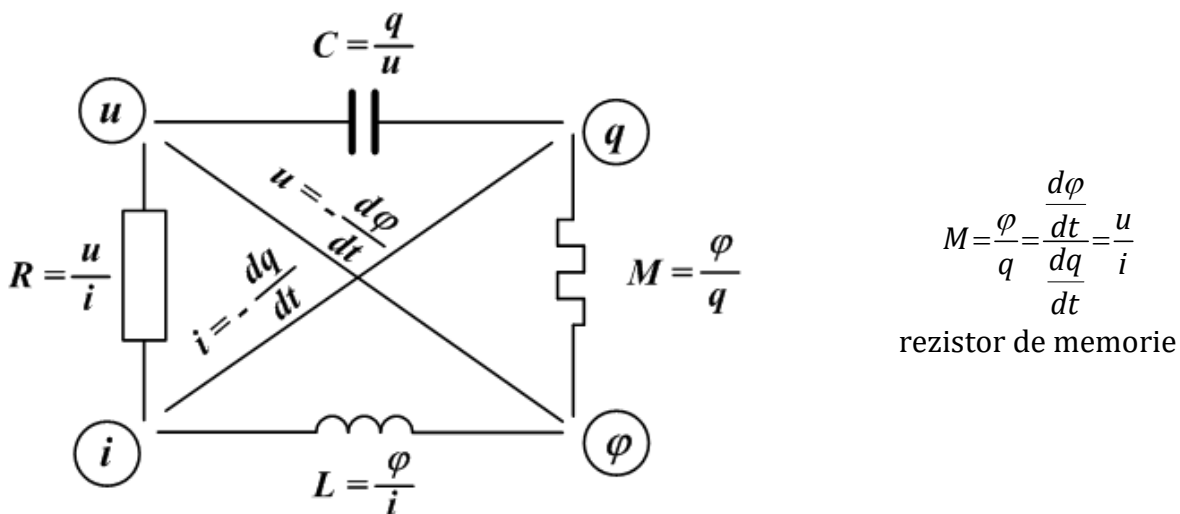


Fig. 1.14. Explicativă pentru introducerea memristorului în teoria circuitelor electrice.

1.6. Elemente de circuit active

A. Sursele independente

A.1. Sursa ideală de tensiune este un element activ de circuit pentru care se consideră esențială t.e.m. la borne, celelalte neglijându-se (R, φ, q) (fig. 1.15a).

Ecuția caracteristică pune în evidență faptul că acest element asigură o tensiune la borne constantă indiferent de curentul prin el (fig. 1.15b):

$$u(t) = e(t), (\forall) i$$

Puterea cedată de sursă este:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = e(t) \cdot i(t)$$

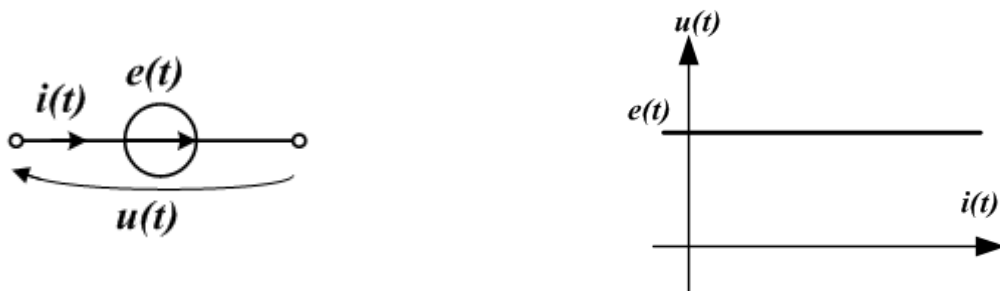


Fig. 1.15. Simbolul sursei ideale de tensiune (a), respectiv caracteristica tensiune-curent a sursei ideale de tensiune (b)

Obs: Două surse ideale de tensiune cu valori diferite ale t.e.m. nu se conectează niciodată în paralel.

A2. Sursa reală de tensiune este sursa de tensiune ce degajă căldură prin efect electrocaloric ($r \neq 0$) (fig. 1.16a).

$$u(t) = e(t) - r \cdot i(t)$$

Determinarea punctelor de intersecție a graficului funcției ne oferă coordonatele dreptei (fig. 1.16b) ($i = 0 \Rightarrow u_0 = e$; $\rightarrow u = 0 \Rightarrow i_{sc} = \frac{e}{r}$).

$$p(t) = e(t) \cdot i(t) - R \cdot i^2(t)$$

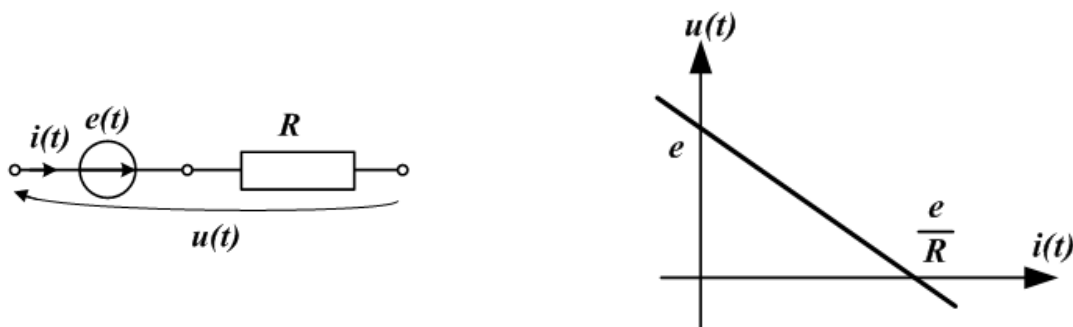


Fig. 1.16. Simbolul sursei reale de tensiune (a), respectiv caracteristica tensiune-curent a sursei reale de tensiune (b)

A3. Sursa ideală de curent este o sursă de energie electromagnetică având proprietatea de a debita un curent $j(t)$ independent de rețeaua conectată la bornele sale (fig. 1.17).

$$i(t) = j(t), (\nabla)u$$

Puterea cedată de sursă este:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = u(t) \cdot j(t)$$

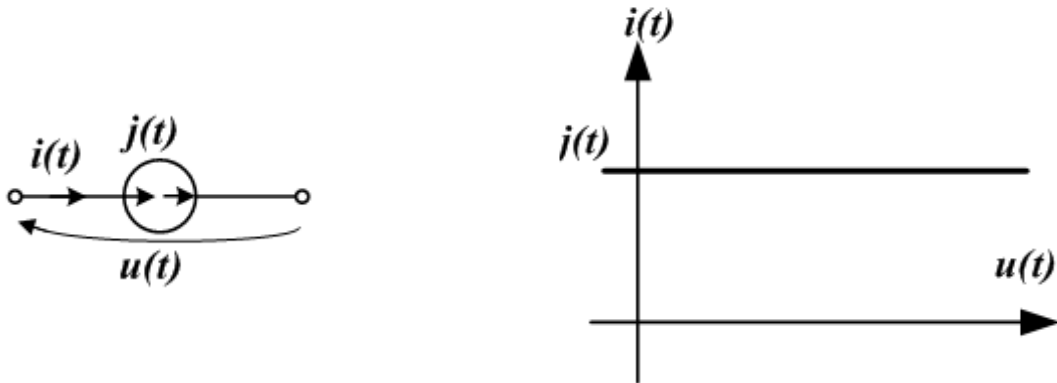


Fig. 1.17. Simbolul sursei ideale de curent (a), respectiv caracteristica curent-tensiune a sursei ideale de curent (b)

Obs: Două surse ideale de curent cu valori diferite ale injecțiilor de curent nu se conectează în serie.

A4. Sursa reală de curent este sursa de curent caracterizată de o conductanță nenulă (fig. 1.18).

$$i(t) = j(t) - G \cdot u(t)$$

Determinarea punctelor de intersecție a graficului funcției ne oferă coordonatele dreptei (fig. 1.18b) ($i=0 \Rightarrow u_0 = \frac{j}{G}$, $\rightarrow u=0 \Rightarrow i=j$).

$$p(t) = u(t) \cdot j(t) - G \cdot u^2(t)$$

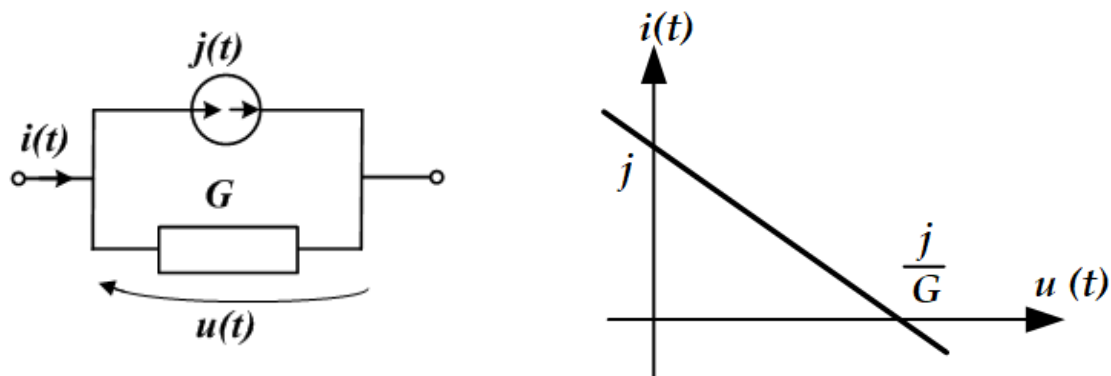


Fig. 1.18. Simbolul sursei reală de curent (a), respectiv caracteristica curent-tensiune a sursei reale de curent (b)

B. Sursele comandate

Sursele comandate sunt utilizate pentru modelarea unor dispozitive electrice sau electronice de interes practic deosebit (tranzistor bipolar, cu efect de câmp, tiristoare etc.). Sursa comandată este un cuadripol având două laturi: unde comandă (AB) și una comandată (CD).

Există patru tipuri de surse comandate:

B1. Sursele omogene

Sursa de tensiune comandată în tensiune

$$e_c(t) = A_c \cdot u_{AB}(t), (\forall) i_c(t)$$

A_c – factor de amplificare în tensiune

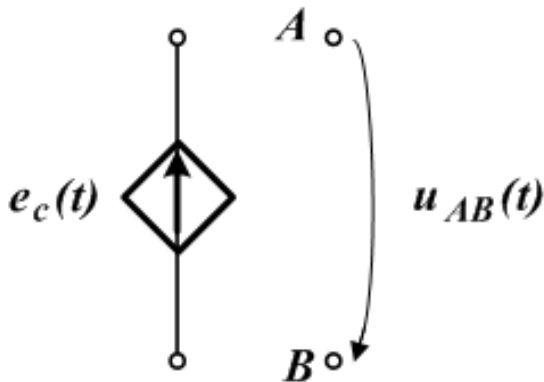


Fig. 1.19. Simbolizarea sursei de tensiune comandate în tensiune

I Sursa de curent comandată în curent

$$j_c(t) = B_c \cdot i_{AB}(t), (\forall) u_c(t)$$

B_c - factor de amplificare în curent

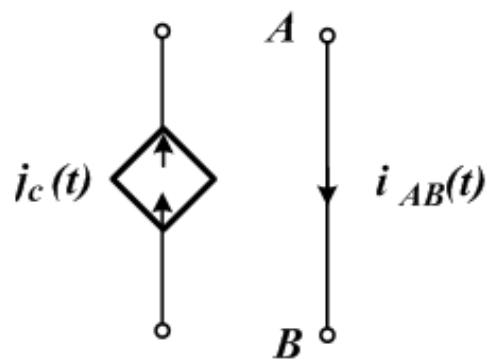


Fig. 1.20. Simbolizarea sursei de curent comandate în curent

B2. Sursele neomogene

Sursa de tensiune comandată în curent

$$e_c(t) = R_c \cdot i_{AB}(t), (\forall) i_c(t)$$

R_c – rezistență de transfer

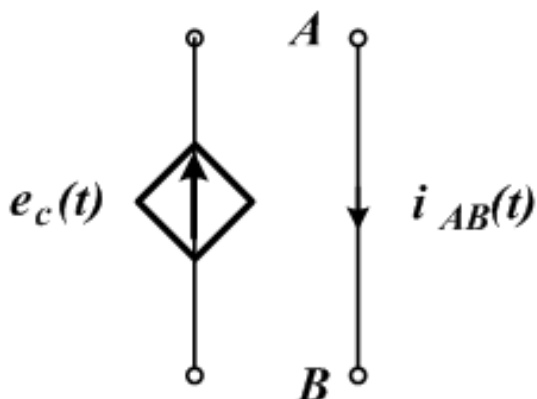


Fig. 1.21. Simbolizarea sursei de tensiune comandate în curent

I Sursa de curent comandată în tensiune

$$j_c(t) = G_c \cdot u_{AB}(t), (\forall) u_c(t)$$

G_c – conductanță de transfer

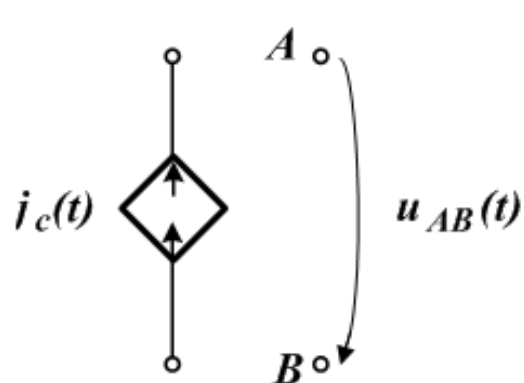


Fig. 1.22. Simbolizarea sursei de curent comandate în tensiune

O sursă comandată nu poate genera ea însăși curentul sau tensiunea într-un circuit, pentru aceasta fiind necesară o sursă independentă care să creeze semnalul de comandă, care va determina apariția semnalului comandat.

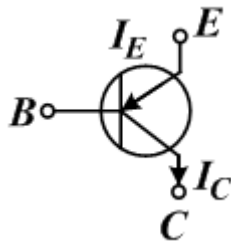


Fig. 1.23. Tranzistorul bipolar

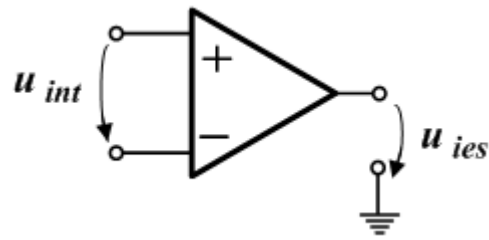


Fig. 1.24. Amplificatorul operațional

În electronică (în special) aceste surse comandate pot modela dispozitive electronice, precum tranzistorul bipolar ce poate fi interpretat ca o sursă de curent comandată în curent, deoarece curentul colectorului este o amplificare a curentului emitorului (fig. 1.23). Alt exemplu este amplificatorul operațional, a cărui tensiune de ieșire este o amplificare a tensiunii de intrare, deci el poate fi interpretat ca o sursă de tensiune comandată în tensiune (fig. 1.24).

1.7. Elemente de topologie a circuitelor

Rezolvarea corectă a unui circuit implică un lanț de operații care încep cu identificarea elementelor de topologie ale acestuia. Topologia este știința sistematizării conexiunilor. Astfel, unui circuit i se poate asocia un graf, pe care se identifică următoarele elemente:

- nodul = intersecția a minim trei conductoare: N
- latura = porțiunea cuprinsă între două noduri succesive: L
- bucla = contur poligonal închis format din succesiunea unor laturi: B

Obs: Ochiul este o buclă elementară ce nu cuprinde altă buclă.

Relația lui Euler: $B=L-N+1$.

- arborele = orice structură de latură care unește toate nodurile și nu formează bucle

Ramura = latura arborelui. $r=N-1$

- coarbore = ceea ce a rămas din graf după alegerea arborelui

Coardă = latura coarborelui $c=L-r=L-N+1$

Obs: Arborele într-un circuit nu este unic; se recomandă ca acesta să fie ramificat.

Pentru exemplu de graf din figura 1.25, se determină următoarele elemente de topologie:

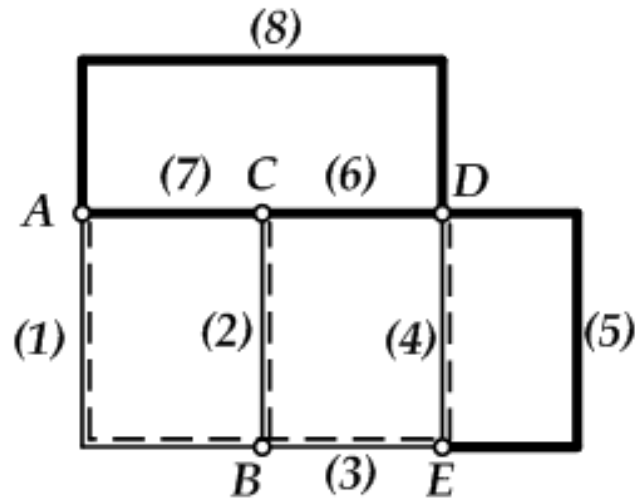


Fig. 1.25. Simbolul rezistorului electric liniar

$$N=5 \quad \{A,B,C,D,E\}$$

$$L=8$$

$$B=L-N+1=8-5+1=4$$

$$r=\{1, 2, 3, 4\} (N-1) \quad \text{- linie punctată}$$

$$c=\{5, 6, 7, 8\} (L-N+1) \quad \text{- linie îngroșată}$$

Teorema de existență și unicitate

Soluția unui circuit electric există și este unică dacă și numai dacă se poate alege în graful circuitului un arbore care să conțină toate laturile de tip surse ideale de tensiune și coarboarele să rămână cu toate laturile de tip surse ideale de curent.